



Université Claude Bernard



DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **12 juin 2023**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur WAHICHE David**

Titre de la thèse : « *Quelques résultats combinatoires autour de la décomposition de Littlewood.* »

Résumé



Cette thèse s'intéresse à des objets de combinatoire énumérative et plus particulièrement aux partitions d'entiers.

Les partitions et les tableaux de Young sont des objets combinatoires qui jouent un rôle important en théorie des représentations et des fonctions symétriques. La correspondance de Robinson--Schensted--Knuth est une correspondance bijective entre des permutations et des tableaux de Young dont le nombre est donné par une formule d'équerres.

Ce manuscrit porte principalement sur l'obtention de formules d'équerres par le biais de la décomposition de Littlewood, qui est une bijection entre partitions d'entiers et une paire constituée d'une partition bien spécifique, appelée t-cœur et d'un t-uplet de partitions, où t est un nombre entier strictement positif fixé.

Dans un premier temps, nous nous intéressons aux partitions t-cœurs et nous montrons comment la correspondance bijective entre partitions d'entiers et mots binaires bi-infinis permet non seulement de réécrire les identités de Macdonald, qui peuvent être vues comme une généralisation du déterminant de Weyl aux systèmes de racines affines infinis, mais aussi d'obtenir des q -déformations de formules de type Nekrasov--Okounkov. Ces dernières sont des identités de la forme ``somme=produit'' qui interviennent dans divers autres domaines tels que la théorie des représentations, la théorie de jauge ou encore la combinatoire énumérative. Ces formules, de part leur nature, font intervenir naturellement des partitions t-cœurs.

Dans un second temps, nous nous intéressons à des généralisations de formules d'équerres grâce à la décomposition de Littlewood dans le cas particulier des partitions auto-conjuguées, à savoir des partitions dont le diagramme de Ferrers (en notation à la française) est symétrique par rapport à la première bissectrice du plan. Cela permet d'obtenir des théorèmes de multiplication-addition pour les partitions auto-conjuguées, dans la lignée des travaux de Han et Ji.