



Université Claude Bernard



Lyon 1

DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **17 avril 2023**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur PAULIN Lois**

Titre de la thèse : « *Explorer la structure des échantillons pour l'intégration de Monte Carlo* »



Résumé

Calculer numériquement l'intégrale d'une fonction est une tâche essentielle à de nombreuses applications en informatique. Que ce soit dans la finance, la géométrie, les simulations physiques et bien d'autres domaines. Cependant les méthodes numériques classiques (Newton, Simpson) requièrent un nombre d'évaluation de la fonction qui croît exponentiellement avec la dimension de celle-ci. Les méthodes de Monte Carlo ont été introduites afin de palier à ce problème. Elles estiment l'intégrale par la moyenne d'évaluation de la fonction à des positions aléatoirement choisies. Le choix de ces positions est crucial à la bonne convergence de l'estimateur. De nombreuses mesures de qualité existent pour qualifier des échantillons avec chacune des forces et des faiblesses selon les applications. Dans cette thèse nous proposons des méthodes efficaces pour optimiser ces mesures de qualité et les adapter au besoin de diverses applications. Nous nous sommes d'abord intéressés au transport optimal qui est un outil précieux pour la génération d'échantillons mais qui présente de gros problèmes de performance de calcul en haute dimension. En nous basant sur les récentes avancées sur la formulation par tranche du transport optimal, nous avons mis en place un échantillonneur efficace proposant des points de haute qualité que nous avons démontrée dans des applications de rendu d'image. Nous nous sommes ensuite intéressés à la construction d'échantillons de basse discrépance, une mesure de qualité très appréciée des théoriciens pour la puissance des théorèmes la liant à l'intégration et pour les élégantes structures algébriques générant des échantillons la minimisant. Ces structures ont été construites dans un cadre abstrait de toute application et manquent donc de propriétés propres aux applications tels que le rendu qui demandent également une uniformité dite projective. En nous basant sur la populaire construction de Sobol' nous avons créé un échantillonneur en haute dimension proposant une uniformité 2D parfaite pour toutes les paires consécutives de dimensions. Cette propriété a longtemps été jugée impossible à atteindre et nous avons fourni un gain de qualité important au rendu d'image. Cependant la

structure uniforme sur les paires consécutive est importante en rendu mais les demandes peuvent être autres pour différentes applications. En nous basant sur la preuve des propriétés de notre précédente contribution, nous avons pu mettre en place un solveur capable de générer des points de basse discrédance ayant des propriétés projective souhaitée. Ces travaux se sont basé sur une revisite des théorèmes fondateurs des constructions basse discrédance dans une conception d'algèbre linéaire plutôt que dans la traditionnelle vision combinatoire. Tous ces résultats ont donné lieu à trois publications dans la conférence SIGGRAPH et une à la conférence MCQMC ainsi qu'à de nouvelles perspectives de recherche dans leur sillage qui seront présentées.