



Université Claude Bernard



# DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **23 septembre 2022**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur TERII Garry**

Titre de la thèse : « *Approximation de flots géométriques : des méthodes champ de phase aux réseaux de neurones* »

## Résumé



Cette thèse a pour objet l'approximation de flots géométriques et leur simulation par des méthodes numériques robustes et efficaces. Le manuscrit est divisé en deux parties.

La première partie porte sur l'approximation champ de phase du flot de diffusion de surface par des modèles de type Cahn-Hilliard. Dans le cas biphasique, nous introduisons un nouveau modèle variationnel à deux mobilités dégénérées dont l'analyse asymptotique montre une précision d'ordre deux, c'est-à-dire un ordre de plus que les modèles proposés jusqu'ici. Nous montrons avec différentes expériences numériques que cette précision supplémentaire réduit de manière drastique les pertes de volume observées avec les modèles classiques, permettant ainsi d'approcher des évolutions par diffusion de surface de structures fines. Nous étendons ensuite notre modèle au cas multiphasique afin de pouvoir mieux simuler des phénomènes de mouillage sur support solide rugueux dans une configuration solide-liquide-vapeur. Pour cela, nous introduisons des coefficients de mobilité associés à chacune des phases, un coefficient nul étant utilisé pour encoder le caractère statique du bord du solide. A nouveau, nous utilisons une approche variationnelle qui permet d'obtenir un modèle précis et des schémas numériques simples, robustes, efficaces et inconditionnellement stables en pratique. De nombreuses expériences numériques (en 2D et 3D) concluent ce travail

en montrant l'avantage de notre approche par rapport aux modèles pré-existants.

Dans la seconde partie du manuscrit, nous introduisons de nouvelles méthodes numériques basées sur les réseaux de neurones pour l'approximation de certains flots géométriques.

Nous nous intéressons d'abord au mouvement par courbure moyenne d'interfaces. Pour approcher le semi-groupe discret associé au flot, nous proposons des réseaux peu profonds constitués de neurones de réaction et de neurones de diffusion, et dont l'architecture est inspirée par les schémas de splitting de l'équation d'Allen-Cahn. Nos réseaux sont entraînés sur des représentations champ de phase exactes des interfaces. Une différence majeure avec l'approximation classique via l'équation d'Allen-Cahn est que notre approche peut être utilisée aussi bien pour des bords de domaines que pour des interfaces non orientables, il suffit de choisir une représentation champ de phase adéquate. Nous montrons avec plusieurs exemples numériques que les réseaux entraînés sur un jeu de données très simple constitué simplement de cercles en 2D ou de sphères en 3D sont capables de simuler correctement le flot de surfaces beaucoup plus complexes, même en présence de singularités. Cela montre une capacité surprenante de

généralisation des réseaux après apprentissage. Par ailleurs, nous démontrons sur différentes applications, et notamment les problèmes de Steiner ou de Plateau, que nos réseaux entraînés sont suffisamment robustes pour pouvoir être couplés à des contraintes supplémentaires (volume, inclusion-exclusion, cas multiphasique).

Nous étendons ensuite nos travaux au flot de Willmore. Nous construisons de nouveaux réseaux en

combinant les réseaux utilisés pour le flot de courbure moyenne selon un principe similaire à celui mis en œuvre pour les schémas de convolution-seuillage à la Bence-Merriman-Osher utilisés pour approcher le flot de Willmore. Les premiers résultats obtenus sont très satisfaisants et confirment la pertinence de la démarche.

Nous abordons en dernier lieu l'approximation du flot de courbure moyenne anisotrope par des réseaux de neurones. Les premiers résultats numériques montrent l'intérêt de notre approche dans le cas d'anisotropies convexes régulières, que ce soit pour des interfaces orientées ou non orientables. Un point intéressant concerne l'identification de l'anisotropie : nous montrons qu'il est possible de la retrouver par des formules de reconstruction qui exploitent uniquement la connaissance du noyau de convolution appris par le réseau. L'application de cette technique à des modèles physiques pour lesquels l'anisotropie n'est pas connue pourrait ouvrir des perspectives très intéressantes.