



Université Claude Bernard



Lyon 1

# DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **15 septembre 2022**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur DONATI Martin**

Titre de la thèse : « *Collisions de points-vortex et confinement dans les domaines bornés* »



## Résumé

Dans cette thèse nous étudions les équations d'Euler 2D incompressibles dans le cas particulier d'un tourbillon très concentré autour de  $N$  points. Nous nous intéressons au système singulier limite, appelé système point-vortex. La dynamique de ce système peut produire des collisions, c'est-à-dire que la distance séparant les points-vortex peut tendre vers 0 en temps fini. Il est également possible qu'en présence d'un bord, les points-vortex collisionnent avec le bord. Dans ces deux cas, la dynamique cesse d'avoir du sens au temps de la collision.

Nous prouvons que dans les domaines bornés du plan, l'ensemble des données initiales conduisant à une collision de points-vortex est de mesure nulle. Lorsqu'une collision se produit, nous prouvons sous une hypothèse de non dégénérescence que les trajectoires des points-vortex restant loin du bord sont Hölderiennes, d'un exposant optimal. Pour les points qui collisionnent avec le bord nous prouvons que c'est leur distance au bord qui est Hölderienne. Nous prouvons également la régularité Hölderienne des trajectoires jusqu'au temps de collision dans le plan pour le système point-vortex généralisé issu des équations SQG, que nous appelons  $\alpha$ -modèle.

Enfin, nous étudions le problème de confinement du tourbillon, dont le but est de quantifier la désingularisation : dans les équations d'Euler, si le tourbillon initial est très concentré, combien de temps reste-t-il concentré autour du système singulier ? Nous prouvons que lorsque le confinement a lieu autour d'un point bien choisi dans certains domaines bornés, le temps minimal de confinement est bien meilleur que dans le cas général.

Mots clés : Équations d'Euler incompressibles ; Système point-vortex ; Confinement du tourbillon.