



Université Claude Bernard



Lyon 1

DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **08 juillet 2022**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur CLERC Gauthier**

Titre de la thèse : « *Le problème de Schrödinger et de ses liens avec les inégalités fonctionnelles.* »

Résumé



Le problème de Schrödinger est né dans les années trente dans les travaux du physicien éponyme. La question est la suivante: si on observe un grand nombre de particules browniennes à deux instants, peut-on trouver les positions intermédiaires du nuage de particules? Dans le formalisme des probabilités modernes, le problème se réécrit comme un problème de minimisation entropique. La découverte, au début des années 2000, par Mikami, de la convergence du problème de Schrödinger vers le problème de Monge-Kantorovitch en temps court a généré d'intenses travaux. Au début de ce manuscrit on s'intéressera à la convergence du problème en temps long. On montrera la convergence des trajectoires optimales vers les solutions de l'équation de la chaleur, en se plaçant sur une variété riemannienne, sous différentes hypothèses sur la courbure et la dimension de la variété. D'un autre point de vue, le problème de Schrödinger est un outil performant pour démontrer des inégalités fonctionnelles. On verra dans ce manuscrit comment le problème de Schrödinger permet donner une interprétation intéressante des inégalités de Sobolev logarithmiques locales. Dans un dernier temps on s'intéressera aux propriétés de régularité de la valeur optimale du problème de Schrödinger par rapport aux distributions initiales et finales des particules. On montre d'abord des propriétés de continuité, qui permettent d'obtenir de nouvelles hypothèses pour des théorèmes existants. Enfin on donnera une formule pour la dérivée en temps de cette valeur optimale le long d'une courbe suffisamment régulière.