



Université Claude Bernard



# DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **28 juin 2022**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur FRANCE Martin**

Titre de la thèse : « *Propriétés du Fond diffus cosmologique micro-ondes dans un univers à topologie simplement connexe ou multi-connexe* »

## Résumé



Le modèle cosmologique standard, dans le cadre de la théorie de la Relativité Générale (notée GR), suppose que l'Univers est isotrope et homogène et que le principe copernicien est valide. Ce modèle ne prescrit pas explicitement si l'Univers est spatialement infini ou fini, étant donné que la GR ne contraint pas la topologie ou l'extension spatiale de l'Univers. Cependant, en pratique, un modèle de formation de structure et d'évolution globale de l'Univers, dérivé avec la GR à une résolution spatiale appropriée, requiert une connaissance a priori de la topologie globale. Les anisotropies de température du fond diffus cosmologique (ci-après CMB), dans le modèle standard, sont projetées sur la 2-sphère qui détermine la limite spatiale finie comobile de notre Univers observable en expansion. L'observation du CMB, depuis notre planète, résulte des effets que, la géométrie de l'espace-temps local et global, et les sources d'énergie au sens des composantes du tenseur énergie-impulsion de la GR, ont sur la propagation des photons. Le modèle standard d'univers est le modèle  $\Lambda$ CDM dont le contenu en énergie, outre l'énergie associée à la matière ordinaire, inclut l'énergie sombre (DE) sous la forme d'une constante cosmologique  $\Lambda$ , et l'énergie de la matière sombre froide (CDM).  $\Lambda$ CDM est un modèle cosmologique paramétrique, basé sur six paramètres

cosmologiques, quoique sa paramétrisation puisse être étendue à six paramètres additionnels. La paramétrisation du modèle  $\Lambda$ CDM permet d'en explorer les variantes. Chaque variante étant caractérisée par une modification du spectre de puissance angulaire des anisotropies de température du CMB. Ainsi, le CMB et son spectre de puissance offrent un diagnostic synoptique de l'univers  $\Lambda$ CDM. Les prédictions de ce modèle sont globalement en excellente conformité avec la plupart des observations de notre Univers. Ces observations étant interprétées dans ce modèle. Cependant, plusieurs anomalies dans les observations cosmologiques sont constatées par rapport aux prévisions du modèle  $\Lambda$ CDM. Notamment, le spectre du CMB de l'univers  $\Lambda$ CDM infini diffère du spectre du CMB observé.

La carte de température du CMB est affectée de biais dus à la géométrie de l'espace-temps et aux sources traversées par les photons dans leur trajectoire depuis l'époque de dernière diffusion. Corrigée de ces effets, la carte de température du CMB primordial, montre plusieurs anomalies à grande échelle angulaire, par rapport au CMB du modèle  $\Lambda$ CDM. Ce modèle suppose une expansion adiabatique de l'Univers, et prescrit les propriétés d'isotropie, d'homogénéité et de gaussianité des anisotropies de température du CMB primordial. Durant mon travail de thèse, et dans ce Manuscrit, je m'intéresse notamment à une particularité des données du CMB qui est en désaccord avec la prescription d'isotropie globale du CMB dans le modèle standard. En fait, la fonction de corrélation à deux points (ci-après 2-pcf) dans l'univers  $\Lambda$ CDM, révèle des

corrélations pour toutes les échelles angulaires, soit de 0 à 180°. Cependant, la 2-pcf du CMB observé affiche une absence de corrélation aux grandes échelles angulaires, c'est à dire pour les angles >60°. Ce manque de corrélation sur les deux derniers tiers de la plage de 180° est en anomalie avec le résultat du modèle  $\Lambda$ CDM. De plus, aucun changement dans la valeur ou le choix des 6 paramètres du modèle standard ne conduit à ce défaut de corrélation angulaire. Mais, c'est en reconsidérant la topologie globale de l'Univers pour des formes d'espace de volume fini, qu'une solution possible à ce problème est obtenue. Ainsi, des cartes de simulation du fond diffus cosmologique dans un univers de modèle ayant une topologie multi-connecte, par exemple celle du dodécaèdre de Poincaré ou bien celle du 3-tore, affichent également un manque de corrélation de la 2-pcf aux grands angles. Le dodécaèdre de Poincaré (de courbure positive constante) et le 3-tore plat sont deux variétés topologiques compactes, finies et sans bord. Durant mes recherches de thèse, je développe ou adapte plusieurs outils d'analyse morphologique et statistique (morpho-statistique) pour les cartes du CMB. J'analyse, en recourant à différentes stratégies, trois types de carte de température du CMB, (i) observée par les sondes WMAP et Planck, (ii) générée à partir de modèle d'univers fini tel que le 3-tore et (iii) générée à partir du modèle d'univers infini  $\Lambda$ CDM.

Ce qui est nouveau, c'est que les investigations accomplies pendant ma thèse, conduisent à développer et implémenter numériquement pour le CMB, une signature statistique  $\rho$ , d'univers multi-connecte complémentaire de la fonction de corrélation à deux points décrite plus haut. Les travaux et résultats sont présentés en détail dans notre article d'équipe publié (***The variance of the CMB temperature gradient: a new signature of a multiply connected Universe*** 2021. Aurich R, Buchert T, **France MJ** et Steiner F; avec auteurs par ordre alphabétique) et dans le chapitre dédié de ce Manuscrit. Non seulement, l'article prouve que la signature de variance du gradient de température  $\rho$  permet de classer monotoniquement les modèles d'univers en fonction de leur extension spatiale, mais encore montre que les cartes du CMB avec topologie trois-toroïdale restent statistiquement compatibles avec le haut niveau d'isotropie et d'homogénéité, défini au sens de  $\rho$ , des cartes de température du CMB du modèle standard infini.

Dans le second article publié, présenté dans ce Manuscrit, nous recherchons, de manière modèle-indépendante, les écarts à la gaussianité de cartes du CMB. Dans le modèle standard, le fond diffus cosmologique est supposé être isotrope, homogène et gaussien (donnant l'acronyme IHG) pour les échelles angulaires plus grandes que l'horizon primordial de 0.6°. Une violation de la gaussianité à ces échelles pour les dernières données CMB, pouvant signifier que les précédentes conclusions sur l'Univers primordial et les hypothèses de modèles standards avec inflation doivent être modifiées. Les analyses sont menées principalement avec une classe de descripteur à la fois statistique et morphologique, les Fonctionnelles de Minkowski (ci-après MFs), appliquées en cosmologie dès 1994 par Mecke, Wagner et Buchert.

Notre article d'équipe (***Model-independent analyses of non-Gaussianity in Planck CMB maps using Minkowski functionals*** 2017. Buchert T, **France MJ** et Steiner F avec auteurs par ordre alphabétique) confirme le faible niveau de non-gaussianité (ci-après NG) de la carte d'anisotropie de

température du CMB observé par Planck. Par conséquent, le développement perturbatif de la NG du CMB est justifié et appliqué tout au long de ce travail. Y est montré, que notre développement modèle indépendant de la non-gaussianité du CMB en polynômes d'Hermite, converge avec une précision croissante dépendant seulement de l'ordre du développement. Notre méthode s'appliquant aussi à toute forme et amplitude de non-gaussianité. Nous vérifions également que le développement modèle dépendant avec ordonnancement hiérarchique biaise la description de la non-gaussianité primordiale. De plus, nous observons que ces développements modèle dépendants

en séries perturbatives sont faits en fonction du terme  $\sigma_0$  qui est de valeur non négligeable. Enfin, nos calculs mettent en évidence la plus faible non-gaussianité, au sens des Fonctionnelles de Minkowski, de la carte de température du CMB observé par Planck en comparaison avec les cartes gaussiennes par construction du CMB du modèle  $\Lambda$ CDM.

## Plan de la thèse

Dans ce Manuscrit, je vise à présenter mes recherches et résultats d'analyse du CMB dans le cadre large, tout d'abord du modèle standard d'univers  $\Lambda$ CDM. Puis, à la lumière de résultats récoltés ou

obtenus pendant mon travail de thèse, je dessine quelques traits d'un modèle d'Univers plus réaliste, restant à construire, et plus à même de tenir compte, de l'inhomogénéité de l'Univers et de prédire ses propriétés aux grandes échelles spatiales. Je recense tout d'abord, dans la revue historique, les étapes du développement de la GR et de la cosmologie relativiste. J'introduis ensuite des observations majeures et les concepts physiques sous-tendant la construction de la cosmologie actuelle. Mon introduction décrit la progression conceptuelle partant des fondations générales

relativistes du modèle  $\Lambda$ CDM d'un univers homogène et isotrope (section "From the  $\Lambda$ CDM model"), où je détaille l'équation de champ d'Einstein (EFE), puis je présente la solution exacte de l'EFE dite Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Ensuite, j'introduis les équations de Friedmann. Puisqu'il faut prendre en compte l'existence d'anomalies et d'éventuelles inconsistences ou contradictions du modèle standard; mon Manuscrit s'intéresse à quelques pistes possibles en vue d'amender le modèle  $\Lambda$ CDM. En section "Toward an inhomogeneous universe model", je présente au début, une difficulté conceptuelle que je nomme "incompatibilité d'échelle" constatée entre la transition vers l'homogénéité à grande échelle de l'Univers et les petites échelles spatiales d'application de la GR. Les méthodes permettant la géométrisation relativiste de la gravité à grande échelle spatiale par moyennage et la rétroaction inhérente aux distributions d'énergie inhomogènes sont discutées en section "Relativistic geometrisation of gravity at large scale". Et c'est en section "A brief introduction to Cosmic Topology" que je fais une brève présentation de la Topologie Cosmique (ci-après CT) assortie d'une revue historique de la Topologie et de la CT. J'y présente, entre autres, un papier de Boud Roukema auquel je contribue sur la détectabilité de la topologie cosmique dans des relevés de galaxies à grand redshift. En section "General Relativity and global topology of the Universe", je discute les spécificités du problème de Cauchy (problème de la valeur initiale) et d'un problème bien posé (existence et

unicité d'une solution) appliqués à la résolution exacte des équations aux dérivées partielles non linéaires constituant l'EFE. Je considère alors l'application des conditions périodiques de bord (conditions de Neumann et de Dirichlet) dans le cas d'un Univers à topologie multi-connecte pour la résolution de l'EFE. J'illustre en détaillant la méthodologie d'un article par Frank Steiner qui détermine au premier ordre le champ gravitationnel (globalement anisotrope) d'un trou noir statique dans un univers à topologie 3-toroïdale.

En section "A short introduction to the Cosmic Microwave Background", je m'intéresse au CMB, en en faisant d'abord une brève présentation. Je développe alors en section "A new signature of multiply connected universe" notre article d'équipe sur la découverte d'une nouvelle signature d'univers multi-connecte. L'introduction détaillée de la fonction de corrélation à deux points (2-pcf) du CMB et du manque de corrélation au delà d'un angle de  $60^\circ$  du CMB observé est faite en section "Two-point correlation function". Et l'anomalie vis à vis des corrélations non nulles partout du CMB du modèle  $\Lambda$ CDM est discutée en section "2-pcf hinting at a difficulty". Le calcul du spectre discret de l'opérateur de Laplace, c'est à dire de ses valeurs propres et de ses nombres d'onde est détaillé pour l'espace à topologie 3-tore plat, fini sans bord. Les anisotropies de température du CMB peuvent être alors calculées avec la transformée de Fourier de la fonction de luminosité du CMB réduite à une somme discrète sur les vecteurs d'onde non nuls du spectre.

En section "The standard deviation  $\rho$  of the temperature gradient field", est explicité le calcul de  $\rho$  défini comme l'écart-type du champ de gradient normalisé de la température du CMB. Alors qu'en "Hierarchical dependence: size of fundamental cell versus  $\rho$ " est détaillé (en figures et tableaux), le résultat fondamental de notre papier, à savoir que  $\rho$  constitue une signature hiérarchique monotonique de la taille de l'univers de modèle: "plus petit est le volume d'Univers, plus grande est la valeur de  $\rho$  associée". Et cette loi est même linéaire. Cet article illustre aussi l'effet que la taille de l'univers a sur le manque de corrélation aux grands angles de la 2-pcf: "plus petit est le volume d'Univers, plus la disparition des corrélations survient à un petit angle". Enfin le dernier résultat de cet article est quantifié en section "Isotropy and homogeneity of the CMB with torus topology", à savoir l'absence marquée d'anisotropie au sens de  $\rho$  pour le CMB avec topologie toroïdale. La conclusion de cet article souligne, (i) l'actuelle impossibilité de prédire physiquement la loi linéaire constatée entre  $\rho$  et  $L/L_H$  la taille du côté des tores cubiques, soit  $L/L_H \sim -0.3\rho + 14$ , et (ii) est consistante avec une taille comobile de topologie toroïdale cubique de notre Univers de environ 3 longueurs de Hubble ( $L_H$ ) soit environ 13.3 gigaparsecs.

L'article développé en section "CMB non-Gaussianity: a model-independent analysis" vise à évaluer le degré de gaussianité des cartes du CMB dans le modèle standard infini spatialement vis à vis de la carte du CMB de Planck. La fonction de densité de probabilité (PDF) y est définie en détail. Les constructions des fonctions d'anomalie (discrepancy functions) quantifiant l'écart à la gaussianité, et les développements en polynômes orthogonaux d'Hermite sont explicités avec les moments et cumulants de la PDF avec les résultats pour les cartes du CMB du modèle  $\Lambda$ CDM infini. L'expression analytique de la première fonctionnelle de Minkowski  $v_0$  est donnée ainsi que sa prédiction pour un champ scalaire aléatoire gaussien. La précision arbitrairement grande, permise par les développements modèle indépendants en polynômes d'Hermite de la non-gaussianité (NG), est vérifiée. L'hypothèse modèle dépendante "d'ordonnement hiérarchique" avec formulation perturbative de la NG est explicitée par des développements en séries hiérarchiques prouvant que la signature de NG est biaisée par la modèle dépendance. Les fonctionnelles de Minkowski  $v_1$  et  $v_2$  sont définies et leurs représentations graphiques données pour les cartes du  $\Lambda$ CDM infini. Si formellement, la définition des fonctions d'anomalies des fonctionnelles de Minkowski diffère dans les recherches de NG de la collaboration Planck et dans nos recherches, notre article trouve des niveaux de NG similaires. Enfin, la plus forte non-gaussianité du grand échantillon de cartes (100,000), gaussiennes par construction, du  $\Lambda$ CDM est comparée graphiquement à la plus faible NG de la carte d'observation de Planck pour la PDF et les 3 MFs. En conclusion de cet article, aux échelles angulaires supérieures à  $\sim 2^\circ$  la faible non-gaussianité de la carte d'anisotropies de température du CMB observé par Planck est confirmée mais il serait important que des investigations sur des cartes à plus haute résolution, celle de Planck et celles du modèle  $\Lambda$ CDM, soient

menées. En effet, l'horizon causal sur le CMB est d'un rayon inférieur à  $\sim 0.6^\circ$ , cependant, la faible résolution de  $N_{\text{side}}=128$  et le fort lissage gaussien de  $2^\circ$  (pleine largeur à mi-hauteur) que nous appliquons aux cartes effacent les contributions d'anisotropie de température primordiales à petite échelle.

Le chapitre "Is the Cosmic Microwave Background Gaussian?" de mon Manuscrit présente la question de la non-gaussianité du CMB abordée sous différentes perspectives. Il s'agit d'un article élaboré par notre équipe à l'invitation de la revue Classical and Quantum Gravity ("Focus issue: Planck and fundamentals of cosmology", est une revue en ligne étudiant l'impact sur la cosmologie théorique des données Planck réinterprétées et fournies en 2015) après la publication de notre article ``***Model-independent analyses of non-Gaussianity in Planck CMB maps using Minkowski functionals***".