



Université Claude Bernard



DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **24 novembre 2017**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **PELLETIER Maxime**

Titre de la thèse : «Résultats de stabilité en théorie des représentations par des méthodes géométriques»



Résumé

Résumé : Les coefficients de Kronecker, qui sont indexés par des triplets de partitions et décrivent la décomposition du produit tensoriel de deux représentations irréductibles d'un groupe symétrique en somme directe de telles représentations, ont été introduits par Francis Murnaghan dans les années 1930. Il a notamment remarqué un comportement particulier de ces coefficients : à partir de n'importe quel triplet de partitions, on peut construire une certaine suite de coefficients de Kronecker qui est stationnaire.

Afin de généraliser cette propriété, John Stembridge a introduit en 2014 une notion de stabilité pour les triplets de partitions, ainsi qu'une autre notion -- celle de triplet faiblement stable -- dont il a conjecturé qu'elle serait équivalente à la précédente. Cette conjecture a été démontrée peu après par Steven Sam et Andrew Snowden, par des méthodes algébriques.

Dans cette thèse, on donne notamment une autre démonstration -- cette fois géométrique -- de cette équivalence grâce à l'interprétation classique des coefficients de Kronecker comme dimensions d'espaces de sections de fibrés en droites sur des variétés de drapeaux. Ces méthodes permettent également de s'intéresser à quelques questions plus précises : la stabilité dont on parle consiste en le fait que certaines suites de coefficients sont stationnaires, et on se demande à partir de quand ces suites deviennent constantes.

On applique ensuite ces techniques à d'autres exemples de coefficients de branchement, puis on s'intéresse à un autre problème : celui de produire des triplets stables de partitions. On généralise ainsi un résultat obtenu indépendamment par Laurent Manivel et Ernesto Vallejo sur ce sujet.

Mots-clés : Problème de branchement, représentations de groupes réductifs, coefficients de Kronecker, fibrés en droites, variétés de drapeaux, Théorie Géométrique des Invariants

Abstract : The Kronecker coefficients, which are indexed by triples of partitions and describe how the tensor product of two irreducible representations of the symmetric

group decomposes as a direct sum of such representations, were introduced by Francis Murnaghan in the 1930s. He notably noticed a remarkable behaviour of these coefficients: from any triple of partitions, one can construct a particular sequence of Kronecker coefficients which eventually stabilises.

In order to generalise this property, John Stembridge introduced in 2014 a notion of stability for triples of partitions, as well as another notion -- of weakly stable triple -- about which he conjectured that it should be equivalent to the previous one. This conjecture was proven shortly after by Steven Sam and Andrew Snowden, with algebraic methods.

In this thesis we especially give another proof -- this time geometric -- of this equivalence, using the classical expression of the Kronecker coefficients as dimensions of spaces of sections of line bundles on flag varieties. With these methods we can also be interested in more specific questions: since the stability which we discuss means that some sequences of coefficients stabilise, one can wonder at which point these sequences become constant.

We then apply these techniques to other examples of branching coefficients, and are also interested in another problem: how can we produce stable triples of partitions? We thus generalise a result obtained independently by Laurent Manivel and Ernesto Vallejo on this subject.

Key-words : Branching problem, representations of reductive groups, Kronecker coefficients, line bundles, flag varieties, Geometric Invariant Theory