



Université Claude Bernard



DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **18 septembre 2017**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **RIOUX Romain**

Titre de la thèse : « Théorie des modèles d'expansions de corps valués : phénomènes de séparation »



Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude d'un point de vue modèle théorique de corps valués algébriquement clos enrichis d'un prédicat qui représente soit un sous-groupe multiplicatif soit un sous-corps.

Nous donnons un résultat d'élimination partielle des quantificateurs pour les structures du type (K, G) , où K est un corps valué algébriquement clos et G un sous-groupe multiplicatif sur lequel la valuation est injective.

Nous nous concentrons ensuite sur les corps valués de caractéristique mixte. Nous donnons une axiomatisation complète des structures valuées du type $(W(k)^{\text{alg}}, t(k))$, où k est un corps parfait de caractéristique p , où $W(k)^{\text{alg}}$ est la clôture algébrique du corps des vecteurs de Witt au-dessus de k , et où $t(k)$ est le relèvement de Teichmüller de k dans $W(k)$. Nous étudions ensuite les paires de corps valués fortement séparées et appliquons nos résultats pour obtenir une axiomatisation complète des structures valuées du type $(W(k)^{\text{alg}}, W(k))$.

Enfin, nous étudions la structure valuée $(\mathbb{C}_p, U)$ où U est le groupe des racines de l'unité. Nous développons un outil, la notion de V -longueur, qui nous permet de prouver que pour tous $a_1, \dots, a_n$ dans $\mathbb{C}_p$ fixés, l'ensemble $\{ \sum_{i=1}^n a_i z_i \mid p ; z_1, \dots, z_n \text{ dans } U, \sum_{i=1}^n a_i z_i \neq 0 \}$ admet un minimum non nul. Nous nous servons ensuite de ce type de résultat pour obtenir une axiomatisation complète de la structure valuée $(\mathbb{C}_p, U)$.