



Université Claude Bernard  Lyon 1

DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **14 juin 2017**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Antoine CARADOT**

Titre de la thèse : « *Singularité et Théorie de Lie* »



RÉSUMÉ DE THÈSE :

Soit Γ un sous-groupe fini de $SU_2(\mathbb{C})$. F. Klein a montré en 1884 que le quotient C^2/Γ est le lieu d'annulation dans C^3 d'un polynôme et possède une unique singularité isolée. On appelle ce quotient une singularité de Klein, ou singularité simple. En 1934 P. Du Val a démontré qu'à travers sa résolution minimale, une singularité de Klein est liée à un diagramme de Dynkin simplement lacé $\Delta(\Gamma)$. En effet, la préimage du point singulier par la résolution minimale est une union de droites projectives dont la matrice d'intersection est la matrice de Cartan d'une algèbre de Lie simplement lacée de type A_r , D_r , E_6 , E_7 ou E_8 .

Cette relation entre la théorie de Lie et les singularités simples a depuis été grandement mise à profit. E. Brieskorn a montré en 1971 qu'une déformation semiuniverselle d'une singularité simple C^2/Γ peut être obtenue par le quotient adjoint de l'algèbre de Lie de même type que C^2/Γ . P. Slodowy a donné en 1978 une description en termes de systèmes de racines de singularités présentes dans les fibres d'une déformation d'une singularité de Klein différentes de la fibre spéciale. Plus tard en 1998 P. Slodowy et H. Cassens ont construit des déformations semiuniverselles des singularités simples en utilisant la théorie des représentations de carquois ainsi que des travaux de 1989 par P.B. Kronheimer en géométrie symplectique. En théorie de Lie, la classification des algèbres de Lie simples permet leur séparation en deux catégories: d'un côté les algèbres de Lie simplement lacées de types A_r , D_r , E_6 , E_7 et E_8 , de l'autre les algèbres de Lie non simplement lacées (ou inhomogènes) de types B_r , C_r , F_4 et G_2 . En 1978 P. Slodowy a étendu la notion de singularité simple aux

types inhomogènes et a défini des singularités simples de types Br , Cr , $F4$ et $G2$ en introduisant un second sous-groupe fini de $SU_2(\mathbb{C})$ noté Γ' et contenant Γ comme sous-groupe distingué. Il a ensuite prolongé des résultats touchant aux singularités simples homogènes aux inhomogènes en travaillant sur les cas A_{2r-1} , D_{r+1} et E_6 et en ajoutant une symétrie du diagramme de Dynkin.

L'objectif de cette thèse est de généraliser la construction de H. Cassens et P. Slodowy d'une déformation semiuniverselle aux singularités de types Br , Cr , $F4$ et $G2$. A partir de l'espace des représentations d'un carquois défini à partir de Γ via la correspondance de McKay, ainsi que d'un groupe de symétrie Ω du diagramme de Dynkin associé à Γ , on donnera des expressions explicites de déformations semiuniverselles des singularités inhomogènes. Les fibres d'une telle déformation sont chacune munie d'une action de Ω . En quotientant la déformation par cette action on obtient alors une déformation d'une singularité de type C_2/Γ' . Le discriminant de cette déformation sera déterminé dans certains cas particuliers.