



Université Claude Bernard



DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **06 Septembre 2019**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur HAN Bin**

Titre de la thèse : « **Positivité gamma en combinatoire énumérative** »



La positivité gamma d'une suite combinatoire unifie à la fois l'unimodalité et la symétrie de cette suite. Trouver des nouvelles familles d'objets dont les polynômes énumératives ont une positivité gamma est un défi et un sujet important ces dernières années. Il a fait l'objet d'une attention considérable ces derniers temps en raison de la conjecture de Gal, qui affirme que le γ -vecteur a des entrées non négatives pour tout polytope simple. Souvent, le h -polynôme pour les polytopes simpliciaux de signification combinatoire peut être donné en tant que fonction génératrice sur un ensemble d'objets combinatoires apparentés par rapport à certaines statistiques telles que les nombres de descentes, dont les polynômes énumératifs sur les permutations sont des polynômes Eulériens.

Ce travail traite des propriétés gamma de plusieurs polynômes énumératifs de permutation comme les polynômes Eulériens et les polynômes de Narayana. Cette thèse contient quatre chapitres. L'introduction donne quelques notions de base et des résultats généraux sur le développement gamma de polynômes.

Chapitre 1 vise à généraliser la formule de Stembridge reliant les polynômes de pic et les polynômes Eulériens en utilisant leurs analogues de cycle et en utilisant la méthode de la fraction continue. Cette approche était motivée par le fait bien connu que les polynômes Eulériens peuvent être interprétés à la fois comme des polynômes de permutations à la fois de descendance et d'excédance. Nous prouvons également des formules similaires pour les polynômes d'excédance à permutations restreintes telles que les dérangements et les permutations à motifs exclus.

Chapitre 2 traite des permutations qui évitent un motif unique de longueur trois. On sait que ces permutations sont énumérées par des nombres de catalan. Nous étudions une sorte de nombres (q, t) -Catalan définis par des fractions continues et fournissons plusieurs nouvelles interprétations ainsi que leurs développements gamma correspondants en utilisant des permutations évitant certains motifs. Nous donnons également une caractérisation complète de certains (-1) phénotypes pour chaque sous-ensemble de permutations en évitant un motif de longueur trois, et discutons de leurs q -analogues.

Chapitre 3 étudie une classe de permutations introduite par Flajolet et Françon pour donner une interprétation combinatoire des principes de Taylor des fonctions elliptiques de Jacobi. En généralisant deux fractions continues de Rogers et de Stieltjes, nous fournissons des interprétations combinatoires des coefficients de Taylor correspondants ainsi que leurs coefficients gamma.

Chapitre 4 est à étudier le tableau de différences associé aux polynômes énumératifs de permutation colorée par rapport aux nombres de points fixes. Ceci conduit à une généralisation des résultats d'Eriksen – Freij – Waestlund et de Liese et Remmel sur les k -excédances en permutations. De plus, en considérant les r -dérangements dans le contexte du tableau de différences, nous obtenons un λ -analogue des nombres de r -dérangement dus à Wang – Miska – Mezö.