



Université Claude Bernard



## DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **09 Juillet 2019**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur HEINRICH Marc**

Titre de la thèse : « Problèmes de Reconfiguration et Jeux Combinatoires ».



Cette thèse explore des problématiques liées aux jeux. Les jeux qui nous intéressent sont ceux pour lesquels il n'y a pas d'information cachée: tous les joueurs ont accès à toute l'information relative au jeu; il n'y a pas non plus d'aléa. Certains jeux de société (comme les échecs ou le go) satisfont ces propriétés et sont représentatifs des jeux que nous considérons ici. La notion de stratégie est au centre de l'étude de ces jeux. En termes simples, une stratégie est une façon de jouer qui permet de s'assurer un certain résultat. La question centrale, à la fois quand on joue à un jeu et quand on l'étudie, est le problème de trouver la 'meilleure' stratégie, qui assure la victoire du joueur qui l'applique.

Dans cette thèse, nous considérons à la fois des jeux à un joueur, appelés puzzles combinatoires, et des jeux à deux joueurs. Le Rubik's cube, Rush-Hour, et le taquin sont des exemples bien connus de puzzles combinatoires. Récemment, un certain nombre de jeux -- des jeux à un joueur notamment -- ont connu un regain d'intérêt en tant qu'objets d'étude dans un domaine plus grand appelé reconfiguration. Les puzzles que l'on vient de mentionner peuvent tous être décrits de la façon suivante: il y a un ensemble de configurations, qui représente tous les états possibles du jeu; et le joueur est autorisé à transformer une configuration en une autre à via un certain nombre de règles. Le but est d'atteindre une certaine configuration cible à partir d'une configuration initiale. Le domaine de la reconfiguration étend cette définition à des problèmes de recherche: l'ensemble des configurations devient l'ensemble des solutions à une instance d'un problème donné, et l'on se demande si l'on peut transformer une solution donnée en une autre en utilisant uniquement un ensemble de règles de transformation précises. La recherche sur ce type de problèmes a été guidée par des motivations algorithmiques: ce processus peut être vu comme un moyen d'adapter une solution déjà en place en une nouvelle solution à l'aide de petits changements locaux; et des connections avec d'autres problèmes comme la génération aléatoire, ainsi que des problèmes de physique statistique.

Les jeux à deux joueurs, qui sont aussi appelés jeux combinatoires, ont été étudiés depuis le début du XXème siècle avec les travaux de Bouton, continués par Berlekamp, Conway et Guy avec le développement d'une théorie unifiant un certain nombre de jeux classiques. Ce travail se focalise sur des joueurs parfaits, c'est à dire qui choisissent toujours le coup optimal. Notre but est de caractériser lequel des deux joueurs possède une stratégie qui lui assure la victoire, quelque soient les coups de son adversaire.

Cette approche est au coeur de ce qui est appelé la Théorie des Jeux Combinatoires. Une grande partie des recherches est focalisée sur des 'jeux mathématiques', qui sont des jeux inventés par des mathématiciens, souvent avec des règles très simples, et rarement connus en dehors de la recherche. La motivation principale pour étudier ces jeux est la présence de liens parfois surprenant entre ces jeux et d'autres domaines des mathématiques comme entre autre la théorie des nombres, les automates ou les systèmes dynamiques.

Dans cette thèse, nous étudions ainsi des jeux à un et deux joueurs. Nous nous intéressons tout particulièrement à la complexité de ces jeux, c'est à dire évaluer à quel point il est difficile (d'un point de vue algorithmique) de calculer une stratégie gagnante. Nous nous intéressons aussi à leur structure et à certaines propriétés qu'ils peuvent satisfaire. Finalement, un des outils principaux dans cette étude est la notion de graphe, et nous utilisons notamment des méthodes et des techniques provenant de théorie des graphes pour résoudre ces problèmes.