



Université Claude Bernard



Lyon 1

## DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **20 Juin 2019**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **D'ELBEE Christian**

Titre de la thèse : « *Expansions et néostabilité en théorie des modèles* »



### Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude d'expansions de certaines structures algébriques et leur place dans la classification modèle-théorique des structures, initiée par Shelah. La première partie aborde de manière abstraite l'expansion d'une théorie par un prédicat aléatoire –ou générique– pour une sous-structure modèle d'un réduit de la théorie. Nous élaborons un critère pour l'existence d'une telle expansion, qui est vérifié pour certaines théories de structures algébriques. En particulier, nous montrons l'existence de sous-groupes additifs génériques pour certaines théories de corps, ainsi que de sous-groupes multiplicatifs génériques pour les corps algébriquement clos en toute caractéristique. Nous étudions aussi la conservation de diverses notions de néostabilité, en particulier nous montrons que cette expansion préserve la propriété  $\text{NSOP}_1$ , mais en général ne préserve pas la simplicité. Nous produisons par cette construction de nouveaux exemples de structures  $\text{NSOP}_1$  non simples, et faisons une étude toute particulière de l'une d'entre elles : l'expansion d'un corps algébriquement clos de caractéristique positive par un sous-groupe additif générique.

La deuxième partie étudie les expansions du groupe des entiers par des valuations  $p$ -adiques. Nous montrons l'élimination des quantificateurs dans un langage naturel et calculons le  $\text{dp}$ -rang d'une telle expansion : il est égal au nombre de valuations considérées. L'expansion du groupe des entiers par une seule valuation  $p$ -adique est donc une nouvelle expansion  $\text{dp}$ -minimale du groupe des entiers. Enfin, nous montrons que cette dernière n'admet pas de structures intermédiaires : tout ensemble définissable dans l'expansion est soit définissable dans le groupe des entiers, soit capable de "reconstruire" la valuation en utilisant seulement la structure additive.

Mots-clés : Expansions génériques ; sous-groupes génériques de corps ; théories  $\text{NSOP}_1$  ; déviation ; Kim-déviation ; valuations  $p$ -adiques sur le groupe des entiers ;  $\text{dp}$ -rang fini.