



Université Claude Bernard



DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **18 Juin 2019**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **FERNANDES Gwladys**:

Titre de la thèse : « *Méthode de Mahler en caractéristique non nulle.* »



Cette thèse se situe dans le domaine de la théorie des nombres. Elle traite de la transcendance et de l'indépendance algébrique de valeurs de fonctions mahlériennes, solutions d'équations du type suivant. $P_0(z)f(z) + P_1(z)f(z^d) + \dots + P_n(z)f(z^{d^n})$, où $d \geq 2$ est un entier, $P_0(z), \dots, P_m(z) \in K[z]$, $P_m(z) \neq 0$ et K désigne un corps de fonctions de caractéristique $p > 0$. La problématique de cette thèse est l'établissement de l'équivalence entre l'indépendance algébrique de valeurs de fonctions mahlériennes aux points algébriques et celle des fonctions elles-mêmes. L'une de nos motivations est l'observation fructueuse de L. Denis selon laquelle il est possible en caractéristique non nulle de déformer des nombres remarquables (périodes de modules de Drinfeld) comme valeurs de fonctions mahlériennes. Nous démontrons notamment que toute relation algébrique homogène entre valeurs, en un point algébrique non nul régulier, de solutions d'un système mahlérien engendrant une extension régulière, provient de la spécialisation d'une relation algébrique homogène entre les fonctions elles-mêmes. Il s'agit de l'analogue de travaux de P. Philippon et de B. Adamczewski et C. Faverjon et d'un raffinement d'un théorème fondamental de Ku. Nishioka, dans le cas où K est un corps de nombres. Ainsi, l'étude de l'indépendance algébrique des valeurs de fonctions mahlériennes se ramène à celle des fonctions elles-mêmes. Cependant, contrairement à la caractéristique nulle, une fonction mahlérienne algébrique n'est pas nécessairement rationnelle et la transcendance de fonctions mahlériennes dans ce contexte demeure encore mystérieuse. Néanmoins, nous établissons que cette dichotomie reste valide pour les fonctions d -mahlériennes, où p ne divise pas d . Par ailleurs, nous démontrons un théorème de type Kolchin qui fournit une condition suffisante à l'indépendance algébrique de fonctions mahlériennes d'ordre 1 inhomogène ainsi qu'une caractérisation de la transcendance de telles fonctions. Enfin, au-delà de ces résultats qualitatifs, nous nous intéressons aux mesures d'indépendance algébrique entre valeurs de fonctions mahlériennes en caractéristique non nulle et proposons une approche, inspirée de travaux récents de E. Zorin en caractéristique nulle, qui permettrait d'obtenir de tels résultats quantitatifs.

Mots-clés : Transcendance, indépendance algébrique, méthode de Mahler, caractéristique non nulle.