



## DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : 28 février 2017

Nom de famille et prénom de l'auteur : MIETKA Colin

Titre de la thèse : *"Ondes périodiques dans des systèmes d'ÉDP hamiltoniens. Stabilité, modulations et chocs dispersifs."*



On s'intéresse aux ondes périodiques solutions de systèmes d'équations aux dérivées partielles hamiltoniennes. Cette classe de modèles concerne divers domaines des sciences physiques, comme l'optique non-linéaire et la mécanique des fluides. On y trouve des équations célèbres comme l'équation de Korteweg-de Vries généralisée et l'équation de Schrödinger non-linéaire, où non-linéarités et dispersion jouent un rôle important.

La première partie de cette thèse concerne l'étude du problème de Cauchy pour l'équation de KdV quasi-linéaire. On établit un théorème d'existence locale obtenu grâce à des propriétés structurelles et des techniques de jauge qui permettent de compenser les pertes de dérivées apparentes dans les estimations a priori.

Dans la seconde partie, les propriétés de stabilité orbitale co-périodique et modulationnelle sont explorées numériquement en exploitant des critères algébriques tous établis à partir d'une même intégrale d'action et de ses dérivées secondes. Notre méthode utilise des quadratures numériques suivies de différences finies afin de calculer la matrice hessienne de l'intégrale d'action. Le comportement asymptotique de cette matrice nous pousse à prêter beaucoup d'attention à l'étude des ondes de grande période ou de faible amplitude. Les résultats numériques présentés fournissent de nombreuses informations en lien avec des questions ouvertes.

On effectue également des simulations directes sur le système d'ÉDP original pour étudier à la fois le comportement des ondes périodiques sous différents types de perturbations, et les solutions de problèmes de Cauchy avec donnée initiale discontinue.

Pour ces derniers, on s'attend à observer des chocs dispersifs, dont la compréhension est basée sur le problème de Gurevich-Pitaevskii, où les équations modulées à la Whitham sont utilisées pour approcher la zone oscillante des chocs. On compare des simulations directes aux solutions idéales du problème de Gurevich-Pitaevskii, en commençant par la célèbre équation de KdV.